

UDC 699.841
IRSTI 67.03.03
RESEARCH ARTICLE

CALCULATION OF FLAT SHELLS BY THE BOUNDARY ELEMENT METHOD

B.K. Duissenbekov , B.T. Erimbetov , B.M. Chalabaev ,
Ya.B. Kunanbayeva , F.Kh. Aubakirova 

M. Auezov South Kazakhstan University, 160012,
Shymkent, Kazakhstan

Abstract. *This article describes the iterative process of solving the problem of the stress-strain state of a long flexible cylindrical panel. Stress-strain state and the study of the stability of flat shells taking into account the physical, mechanical properties of the material, the process of deformation change. It is based on sequential approximation methods and the boundary element method (MGE). The results of algorithmic weighting are presented in the form of a table showing what value each band represents. The equations are determined by solving twelve unknown values of functions at the ends of the segment. Linear problems of elasticity theory and plate theory fundamental solutions have a simple form, so the method is widely used here. For flat shells, the matrix of fundamental solutions is determined by complex volumetric expressions, and for flat shells - by special functions. Therefore, there is little research on solving problems in the theory of flat shells by the boundary element method. In this regard, an urgent topic of research is the development of methods of boundary integral equations for solving linear and nonlinear problems in the theory of flat shells based on the application of fundamental solutions defined by simple analytical expressions. The scientific novelty of the work consists in the development of a methodology for assessing the reliability of thin-walled spatial structures using the boundary element method.*

Keywords: *cylindrical panel, stress-strain state, shell, stiffness, integral, boundary conditions, algorithm.*




***Corresponding author**
YairakhanKunanbayeva, e-mail: aira.kunaeva@mail.ru

<https://doi.org/10.51488/1680-080X/2024.3-08>

Received 16 January 2024; Revised 27 February 2024; Accepted 26 June 2024

ӘОЖ 699.841
ҒТАМР 67.03.03
ҒЫЛЫМИ МАҚАЛА

ШЕКАРАЛЫҚ ЭЛЕМЕНТТЕР ӘДІСІМЕН ДОҒАЛ ҚАБЫҚШАЛАРДЫ ЕСЕПТЕУ

Б.К. Дуйсенбеков , Б.Т. Ерімбетов , Б.М. Чалабаев ,
Я.Б. Құнанбаева , Ф.Х.Аубакирова 

М. Өуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті,
160012, Шымкент, Қазақстан

Андатпа. Бұл мақалада ұзын иілгіш цилиндрлік панельдің кернеулі-деформацияланған күйінің есебін шешудің итерациялық процесі баяндалады. Кернеулі деформативтік күйі және материалдың физикалық, механикалық қасиеттерін, деформацияның өзгеру процесін ескере отырып, доғал қабықшалардың орнықтылығын зерттеу. Дәйекті жуықтау әдістері мен шекаралық элементтер әдісіне (ШЭӘ) негізделген. Алгоритмдік есептеу нәтижелері кесте түрінде көрсетіліп, әр жолақтың қандай мәнді білдіретінін көрсетілген. Теңдеулер, сегменттің ұштарындағы функциялардың он екі белгісіз мәндерін шешу арқылы анықталады. Серпімділік теориясының және пластиналар теориясының сызықтық есептер фундаменталдық шешімдер қарапайым формаға ие, сондықтан бұл жерде әдіс кеңінен қолданылады. Доғал қабықшалар үшін фундаменталдық шешімдердің матрицасы күрделі көлемді өрнектермен анықталады, ал доғал сфералық қабық үшін арнайы функциялар арқылы өрнектеледі. Сондықтан доғал қабықшалар теориясындағы есептерді шекаралық элементтер әдісімен шешуге арналған зерттеулер аз. Осыған байланысты қарапайым аналитикалық өрнектермен анықталатын фундаменталдық шешімдерді қолдану негізінде доғал қабықшалар теориясындағы сызықтық және сызықтық емес есептерді шешуге арналған шекаралық интегралдық теңдеулердің әдістерін жасау зерттеудің өзекті тақырыбы болып табылады. Жұмыстың ғылыми жаңалығы – шекаралық элементтер әдісін қолдана отырып, жұқа қабыршақты кеңістікті конструкциялардың сенімділігін бағалау әдістемесін әзірлеу.

Түйін сөздер: цилиндрлік панель, кернеулі-деформацияланған күй, қабықша, қатаңдылық, интеграл, шекаралық шарттар, алгоритм.

*Автор-корреспондент




Яйрахан Құнанбаева, e-mail: aira.kunaeva@mail.ru

<https://doi.org/10.51488/1680-080X/2024.3-08>

Алынды 16 қаңтар 2024; Қайта қаралды 27 ақпан 2024; Қабылданды 26 маусым 2024

УДК 699.841
МРНТИ 67.03.03
НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

РАСЧЕТ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Б.К. Дуйсенбеков , Б.Т. Еримбетов , Б.М. Чалабаев ,
Я.Б. Кунанбаева , Ф.Х.Аубакирова 

Южно-Казахстанский университет имени М. Ауэзова,
160012, Шымкент, Казахстан

Аннотация. В этой статье описывается итерационный процесс решения задачи напряженно-деформированного состояния длинной гибкой цилиндрической панели. Напряженно-деформированное состояние и исследование устойчивости пологих оболочек с учетом физических, механических свойств материала, процесса изменения деформации. Основан на методах последовательного приближения и методе граничных элементов (МГЭ). Результаты алгоритмического взвешивания представлены в виде таблицы, показывающей, какое значение представляет каждая полоса. Уравнения определяются путем решения двенадцати неизвестных значений функций на концах отрезка. Линейные задачи теории упругости и теории пластин фундаментальные решения имеют простую форму, поэтому метод здесь широко используется. Для пологих оболочек матрица фундаментальных решений определяется сложными объемными выражениями, а для пологих – специальными функциями. Поэтому мало исследований по решению задач в теории пологих оболочек методом граничных элементов. В связи с этим актуальной темой исследования является разработка методов граничных интегральных уравнений для решения линейных и нелинейных задач в теории пологих оболочек на основе применения фундаментальных решений, определяемых простыми аналитическими выражениями. Научная новизна работы заключается в разработке методики оценки надежности тонкостенных пространственных конструкций с использованием метода граничных элементов.

Ключевые слова: цилиндрическая панель, напряженно-деформированное состояние, оболочка, жесткость, интеграл, граничные условия, алгоритм.

*Автор-корреспондент
Яйрахан Кунанбаева, e-mail: aira.kunaeva@mail.ru

<https://doi.org/10.51488/1680-080X/2024.3-08>

Поступила 16 января 2024 г.; Пересмотрено 27 февраля 2023 г.; Принято 26 июня 2024 г.

ACKNOWLEDGEMENTS / SOURCE OF FUNDING

The study was conducted using private sources of funding.

CONFLICT OF INTEREST

The authors state that there is no conflict of interest.

АЛҒЫС / ҚАРЖЫЛАНДЫРУ КӨЗІ

Зерттеу жеке қаржыландыру көздерін пайдалана отырып жүргізілді.

МҮДДЕЛЕР ҚАҚТЫҒЫСЫ

Авторлар мүдделер қақтығысы жоқ деп мәлімдейді.

БЛАГОДАРНОСТИ/ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование проводилось с использованием частных источников финансирования.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что конфликта интересов нет.

1 КІРІСПЕ

Практиканың қажеттілігіне байланысты қабықшалар мен пластиналар теориясының қарқынды дамуы байқалады (**Zhangabay & Tursunkululy, 2023, 2022**). Жұқа қабырғалы құрылымдарды есептеуге байланысты мәселелер қазіргі заманғы өнеркәсіптің көптеген салаларында, соның ішінде авиацияда, ракеталық ғылымда, кеме жасауда, химия техникасында, құрылыста және т.б. қолданыс табуда. Осыған байланысты жұқа қабырғалы конструкциялар теориясының негізгі міндеттерінің бірі әртүрлі жүктемелер әсер ету кезіндегі қалыңдығының өзгеруі, тесіктердің, кірмелердің, қабаттардың, арматураның қабырғаларының әртүрлі заңдылықтары бар күрделі пішінді тақталар мен қабықтарды есептеу және жобалау әдістерін жетілдіру болып табылады.

Бұл жұмыстың мақсаты материалдың физико-механикалық қасиеттерін ескере және сандық есептеу әдістерін қолдана отырып, ҚДК-і нақтылау негізінде оң Гаусс қисығының доғал темірбетон қабықтарын есептеудің жаңа әдісін бағалау болып табылады.

Доғал қабықшаларды есептеу әдістеріне зерттеу нәтижелерін (**Beglov & Maksimiyuk, 2011, 2013**) талдай отырып, белгілі бір функционалдардың стационарлық күштерін қалыптастыруға негізделген вариациялық принциптерді тікелей қолдану қажет екені анықталды. Сайып келгенде, тиісті Вариациялық есептер үшін Эйлер-Остроградский теңдеулері ретінде қарастыруға болатын дифференциалдық теңдеулерді (қарапайым немесе жеке туындыларды) шешуге негізделген.

Сонымен қатар, белгілі бір Вариациялық тапсырманың (**Mityakina, 2014**) стационарлық жағдайларын қамтамасыз ететін шешімдерді құру идеясына негізделген Вариациялық есептерді шешудің тікелей әдістері ұсынылды.

Осы мақалада ұзын иілгіш цилиндрлік панельдің кернеулі-деформацияланған күйінің есебін шешудің итерациялық процесі баяндалады. Дәйекті жуықтау әдістері мен ШЭӨ-не негізделген. ШЭӨ үшін негізгі шешім ретінде тұрақты қалыңдықтағы ұзын пластина үшін шешім қолданылады. Панельдің негізгі шешімінен гөрі қарапайым құрылымы бар элементтер пайдаланылады. Екі өлшемді тапсырмалар үшін итерация процесі (**Ledenev, 2016**) жұмысында көрсетілген. Итерацияларда сызықтық есептерді шешу үшін қолданылатын ШЭӨ қатынасы өлшенген тепе-теңдік әдісімен алынады.

2 ӘДЕБИЕТКЕ ШОЛУ

Неғұрлым кеңінен қолданылатын вариациялық әдістері қарастырайық.

Ритц Әдісі.

Әдетте Ритц әдісі функционалдылықтың жалпы потенциалдық энергиясын төмендететін шешім жасау үшін қолданылады. Ритц әдісін қолдана отырып шешім құруда өте қиын қадамдар жасалады. Айтпақшы, бұл ескерту толығымен төменде қарастырылған басқа тікелей әдістерге қатысты. Белгіленген еңбек сыйымдылығы келесі жағдайларды айтарлықтай жеңілдетеді.

Бубнов-Галеркин әдісі.

Бубнов-Галеркин әдісі, атап айтқанда, кез келген Вариациялық принципті қолданумен байланысты емес және бастапқыда жеке туындылардағы қарапайым немесе дифференциалдық теңдеулерді жуықтау әдісі ретінде ұсынылған. Егер бұл теңдеулерде Эйлер-Остроградскийдің кейбір вариациялық есептерінің теңдеулері болса, онда Бубнов-Галеркин әдісін вариациялық деп түсіндіруге болады.

Доғал қабықтарды коллокациялық әдісімен есептеу.

Тұрақты және өзгермелі қалыңдықтағы доғал қабықтардың механикасында сызықтық және геометриялы сызықты емес шекаралық есептердің кең класын шешу үшін коллокациялық әдістерді практикалық қолдану қарастырылған (**Lindgaard, 2011**).

Шекті элементтер әдісі.

Шекті элемент әдісінің (ШЭӘ) негізгі ережелері 1943 жылы Р.Курант тұжырымдаған. Бұл ең танымал және жоғары практикалық құндылыққа ие әдістердің бірі болып саналады. Кең мақсаттағы бағдарламалық және есептеу кешендерінің үлкен саны ШЭӘ негізінде құрылған. Шекті элементтер әдісінің танымалдылығы екі маңызды қасиетіне байланысты: алгоритмдік және әмбебаптылық.

Пластинаның иілу есептерін шешуде негізгі және толықтырылатын шешімдердің қосындысы ретінде қарастырылады (Buksha, 2007).

3 МАТЕРИАЛДАР МЕН ӘДІСТЕР

Біз келесі белгілерді қабылдаймыз: s – басқару панеліндегі доғаның координаты; p – беттік көлденең жүктеменің қарқындылығы; l, k, h – панельдің ені, қисықтығы және қалыңдығы; E, ν – серпімділік модулі және Пуассон коэффициенті; $B = Eh/(1 - \nu^2)$, $D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ – созылуға және иілуге қатандылық; u, w – тангенциалдық орын ауыстыру және иілу; ω – нормальді бұрылу, $\omega = dw/ds$ -ке тең; ε, k – ұзартудың деформациясы және қисықтықтың өзгеруі; T, Q – тангенциалдық және кесу күштері; M – июші момент.

Ұзын панельдің кернеулі-деформацияланған күйі келесі қатынастармен сипатталады (Agapov, 2013):

а) тепе-теңдік теңдеулері

$$\frac{dT}{ds} = 0, \quad \frac{dQ}{ds} = kT - p, \quad \frac{dM}{ds} = Q - \omega T; \quad (1)$$

б) «деформация-орын ауыстыру» тәуелділіктері

$$\varepsilon = \frac{du}{ds} + kw + \frac{\omega^2}{2}, \quad k = \frac{d\omega}{ds}; \quad (2)$$

в) температураны есепке алу кезіндегі серпімділік заңы

$$t = t_0 + \frac{z}{h} t_1;$$

$$T = B[\varepsilon - (1 + \nu)\alpha t_0], \quad M = D[k - (1 + \nu)\alpha t_1/h]; \quad (3)$$

Дәйекті жуықтау процесі келесідей ұйымдастырылған. $(n + 1)$ жақындауға көшу формулалар бойынша жүзеге асырылады (Duissenbekov, 2020):

$$\begin{aligned} Y^{(n+1)} &= Y^n + \tau_w(Y - Y^n); \\ T^{(n+1)} &= T^n + \tau_i(T - T^n); n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4)$$

мұндағы $Y = (w, \omega, M)$ τ_w, τ_i - дәйекті жуықтау процесінің жинақталуын қамтамасыз ететін параметрлер. Нөлдік жуықтау үшін $Y^{(0)}=0, T^{(0)} = 0$ қабылдауға болады. Y және T компоненттері сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімінен анықталады (Krivoshein, 2014):

$$\frac{dT}{ds} = 0, \quad \frac{dQ}{ds} = kT^n - p, \quad \frac{dM}{ds} = Q + \omega^n T^n; \quad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{du}{ds} + kw^n + \frac{(\omega^n)^2}{2}, \quad k = -\frac{d\omega}{ds} \quad \omega = -\frac{dw}{ds}; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} T &= B_0[\varepsilon - (1 + \nu)c] + (B_1/B)T^n \\ M &= D_0[k - (1 + \nu)\alpha t_1/h] + (D_1/D)M^n \end{aligned} \quad (7)$$

мұндағы $B=B_0+B_1$, $D=D_0+D_1$. Қатаңдылықтың бұл көрінісі өзгермелі қалыңдықтағы панельдерді есептеу жағдайында енгізіледі, ал B_0 , D_0 шамалары h_0 , $h = h_0 + h_1$, тұрақты қалыңдығы үшін есептелген қатаңдылықтың мағынасына ие. Жүйесі (5), (6), (7) бастапқы есепті шешуге және жақындауға байланысты жалған жүктемелер кезінде ұзын пластинаның кернеулі-деформацияланған күйін анықтайтын қатынастардың мағынасын беруге болады.

(5), (6) теңдеулерін шешу үшін ШЭӘ қатынасы, (7) өлшенген қалдық әдісінің арақатынасын қолдана отырып аламыз (Korenev, 1980), оны былай жазуға болады:

$$\int_0^1 \left[\frac{dT}{ds} \tilde{u} + \left(\frac{dQ}{ds} - kT^n + p \right) \tilde{w} - \left(\frac{dM}{ds} - Q + \omega^n T^n \right) \tilde{\omega} \right] ds = 0; \quad (8)$$

мұндағы \tilde{u} , \tilde{w} , $\tilde{\omega}$ - бірнеше рет сараланған салмақ функциялары. Бөлшектерді біріктіру (8) және белгілерді енгізу

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{d\tilde{u}}{ds}, \quad \tilde{k} = \frac{d\tilde{\omega}}{ds}, \quad \tilde{\omega} = -\frac{d\tilde{w}}{ds}; \quad \tilde{T} = B_0\tilde{\varepsilon}, \quad \tilde{M} = D_0\tilde{k}, \quad \tilde{Q} = \frac{d\tilde{M}}{ds}; \quad (9)$$

біз келесі қатынасты аламыз:

$$\int_0^1 \left[\frac{d\tilde{T}}{ds} u + \frac{d\tilde{Q}}{ds} w - A^n \right] ds + J_0 = 0; \quad (10)$$

мұндағы

$$\begin{aligned} A^n = \tilde{T} \left[\frac{B_1}{B_0 B} T^n - (1 + \nu) \alpha t_0 \right] + \tilde{M} \left[\frac{D_1}{D_0 D} M^n - (1 + \nu) \alpha t_1 / h \right] + \tilde{w} (k \tilde{T}^n - p) + \\ + \tilde{\omega} \omega^n T^n + \tilde{T} \left[-k w^n + \frac{(\omega^n)^2}{2} \right]; \\ J_0 = (T \tilde{u} - \tilde{T} u + Q \tilde{w} - \tilde{Q} w + M \tilde{\omega} - \tilde{M} \omega) \Big|_0^1; \end{aligned}$$

(5), (6), (7) жүйелерін, (10) қатынасын шешу үшін кез келген \tilde{u} , \tilde{w} , $\tilde{\omega}$ тегіс функцияларға қатысты болады. $[0, l]$ кесіндісінде жанама қозғалысын анықтайтын интегралдық теңдеуді шығару үшін (10)

$$\tilde{w} = 0, \quad \frac{d\tilde{T}}{ds} = \delta(s - \xi); \quad (11)$$

мұндағы $\delta(s)$ - Дирактың дельта функциясы. (11) теңдеулерден аламыз:

$$\tilde{T}(s, \xi) = E(s - \xi), \quad \tilde{u} = \frac{|s - \xi|}{2B_0}; \quad (12)$$

мұндағы

$$s < 0 \text{ кезінде, } E(s) = -\frac{1}{2}, \quad s > 0 \text{ кезінде, } E(s) = \frac{1}{2}$$

(11), (12) қатынастарын (10) алмастыра отырып, біз өрнекке келеміз:

$$u(\xi) = \frac{u(l) + u(0)}{2} - T(l) \frac{l - \xi}{2B_0} + J_u(\xi); \quad (13)$$

мұндағы

$$J_u(\xi) = \int_0^1 E(s - \xi) \left[\frac{B_1}{B_0 B} T^n - (1 + \nu) \alpha t_0 + k w^n + \frac{(\omega^n)^2}{2} \right] ds;$$

Сол сияқты, (10)

$$\tilde{u} = 0, \quad \frac{d\tilde{Q}}{ds} = \delta(s - \xi); \quad (14)$$

w иілу ауытқуы үшін интегралдық теңдеуі шешіледі. (14) қатынасынан аламыз

$$\tilde{Q} = E(s - \xi), \quad \tilde{M} = \frac{|s - \xi|}{2}, \quad \tilde{\omega} = \frac{(s - \xi)^2}{2D_0} E(s - \xi), \quad \tilde{w} = -\frac{|s - \xi|^3}{12D_0}; \quad (15)$$

(10) қатынасынан (14), (15) ескергендегі арақатынастардан:

$$w(\xi) = \frac{w(l) + w(0)}{2} + \omega(l) \frac{l - \xi}{2} - \omega(0) \frac{\xi}{2} - M(l) \frac{(l - \xi)^2}{4D} - \\ - M(0) \frac{\xi^2}{4D_0} + Q(l) \frac{(l - \xi)^3}{12D_0} - Q(0) \frac{\xi^3}{12D_0} + J_w(\xi); \quad (16)$$

мұндағы

$$J_w(\xi) = \int_0^1 \left(p - kT^n \frac{|s - \xi|^3}{12D_0} + \omega^n T^n \frac{(s - \xi)^2}{2D_0} E(s - \xi) \right. \\ \left. + \left[\frac{D_1}{D_0 D} M^n - (1 + \nu) \alpha t_1 / h \right] \frac{|s - \xi|}{2} \right) ds;$$

Интегралдарды есептеу үшін $J_u(\xi)$, $J_w(\xi)$ және т.б., сондай-ақ шекаралық интегралдық теңдеулерді шығару кезінде T ішкі күші, ω бұрылуы және M моменті үшін (13), (16) типті өрнектер қажет болады. (13), (16), (6), (7) және (9) қатынасын ескере отырып, саралау арқылы алынған осы өрнектерді жазамыз:

$$T(\xi) = \frac{T(l) + T(0)}{2}; \\ \omega(\xi) = \frac{\omega(l) + \omega(0)}{2} - M(l) \frac{l - \xi}{2D_0} + M(0) \frac{\xi}{2D_0} + Q(l) \frac{(l - \xi)^2}{4D_0} + Q(0) \frac{\xi^2}{4D_0} + J_\omega(\xi) \\ M(\xi) = \frac{M(l) + M(0)}{2} - Q(l) \frac{l - \xi}{2} + Q(0) \frac{\xi}{2} + J_\omega(\xi) \quad (17)$$

мұндағы

$$J_\omega = -\frac{dJ_w}{d\xi} = \int_0^1 \left(p - kT^n \frac{(|s - \xi|^2)}{2D_0} E(s - \xi) + \omega^n T^n \frac{|s - \xi|}{2D_0} \right. \\ \left. + \left[\frac{D_1}{D_0 D} M^n - (1 + \nu) \alpha t_1 / h \right] E(s - \xi) \right) ds; \\ J_m = -\int_0^1 \left(p - kT^n \frac{|s - \xi|}{2} - \omega^n T^n E(s - \xi) \right) ds;$$

Қатынастардан (13), (16), (17) $\xi \rightarrow 0$ және $\xi \rightarrow l$ мынадай мәнді алуға:

$$u(0) - u(l) + T(l) \frac{l}{B_0} = 2J_u(0)$$

$$\begin{aligned}
 u(l) - u(0) - T(0)\frac{l}{c} &= 2J_u(l) & (18) \\
 w(0) - w(l) - \omega(l)l + M(l)\frac{l^2}{2D_0} - Q(l)\frac{l^3}{6D_0} &= 2J_w(0) \\
 w(l) - w(0) + \omega(0)l + M(0)\frac{l^2}{2D_0} - Q(0)\frac{l^3}{6D_0} &= 2J_w(l) \\
 \omega(0) - \omega(l) + M(l)\frac{l}{D_0} - Q(l)\frac{l^2}{2D_0} &= 2J_\omega(0) \\
 \omega(l) - \omega(0) + M(0)\frac{l}{D_0} - Q(0)\frac{l^2}{2D_0} &= 2J_\omega(l) & (19)
 \end{aligned}$$

Алты теңдеу (18), (19) сегменттің ұштарындағы функциялардың он екі белгісіз мәндерін қамтиды $[0, l]$. Шекаралық шарттардан алты белгісізді алып тастай отырып, біз алты белгісіз алты теңдеулер жүйесін аламыз. Осы жүйені шеше отырып, формулалар бойынша есептеу үшін қажетті функциялардың шекаралық мәндерін анықтаймыз (13), (16), (17). $[0, l]$ кесіндісінің ішкі нүктелеріндегі функциялардың мәндерін есептеп, (4) формулалары бойынша $Y^{(n+1)}, T^{(n+1)}$ мәндерін табамыз. Интегралдар $J_u(\xi), J_w(\xi), J_\omega(\xi), J_m(\xi)$ есептеу трапецияның формуласы бойынша қолданылады, оны интегралдық өрнектердегі соңғы үзілістер жағдайында қолдануға ыңғайлы.

Тұрақты қалыңдықтағы панельдерді есептеудің сызықтық міндеттері. Өлшемсіз шамаларды енгіземіз:

$$\begin{aligned}
 \bar{s} &= \frac{s}{l}, & \bar{p} &= \frac{p}{E} \left(\frac{l}{h_0}\right)^4, & \bar{k} &= \frac{l^2 k}{h_0}, & \bar{h} &= \frac{h}{h_0} \\
 \bar{w} &= \frac{w}{h_0}, & \bar{u} &= \frac{u}{h_0} \frac{l}{h_0}, & \bar{\omega} &= \omega \frac{l}{h_0}, & \bar{\varepsilon} &= \varepsilon \left(\frac{l}{h_0}\right)^2, & \bar{k} &= k h_0 \left(\frac{l}{h_0}\right)^2 \\
 \bar{T} &= \frac{T}{E h_0} \left(\frac{l}{h_0}\right)^2, & \bar{Q} &= \frac{Q}{E h_0} \left(\frac{l}{h_0}\right)^3, & \bar{M} &= \frac{M}{E h_0^2} \left(\frac{l}{h_0}\right)^2
 \end{aligned}$$

Қысқартуларды қабылдаймыз: сызықты есептеу (СЕ), сызықты емес есептеу (СЕЕ) - (1) - (3) ескерусіз есепті аналитикалық шешудің нәтижелері және геометриялық сызықты емес функциясы. Есептеу кезінде қатаң байланыстың (ҚБ) және топсалы бекітудің (ТБ) шекаралық шарттары қаралды. Дәйекті жуықтау процесінің қажетті дәлдігіне қол жеткізу критерийі шарт алынды:

$$\sqrt{\Delta} < \varepsilon_0, \quad (20)$$

мұндағы $\Delta = \frac{\sum_i (w_i - w_i^n)^2}{\sum_i (w_i)^2}$, i - $[0, l]$ кесіндінің кейбір бөлу түйінінің нөмірі; ε_0 - берілген дәлдік.

Процестің жуықтауының ең аз санын қамтамасыз ететін τ_w, τ_i , параметрлерін таңдауға басты назар аударылды (4). Осы параметрлердің оңтайлы мәндері үшін τ_w^*, τ_i^* мәндерін аламыз. $\tau_w^*(\bar{k}), \tau_i^*(\bar{k})$ тәуелділігін зерттеу үшін сандық эксперимент топсалы бекіту және контурды қатаң бекіту үшін жасалды. Эксперимент көрсеткендей, жеткілікті үлкен \bar{k} ($\bar{k} > 20$) кезінде көрсетілген тәуелділіктер арақатынаспен ұсынылуы мүмкін:

$$\tau_w^*(\bar{k}) = 1, \quad \tau_i^*(\bar{k}) = \frac{\lambda}{\bar{k}^2} \quad (21)$$

мұндағы λ - кейбір параметр. Қатты тығыздау үшін сандық эксперименттің нәтижелері **1-суретте** көрсетілген. График бойынша $\lambda=60$ мәні анықталды. Есепті дәл шешу үшін төменгі формуланы ескереміз

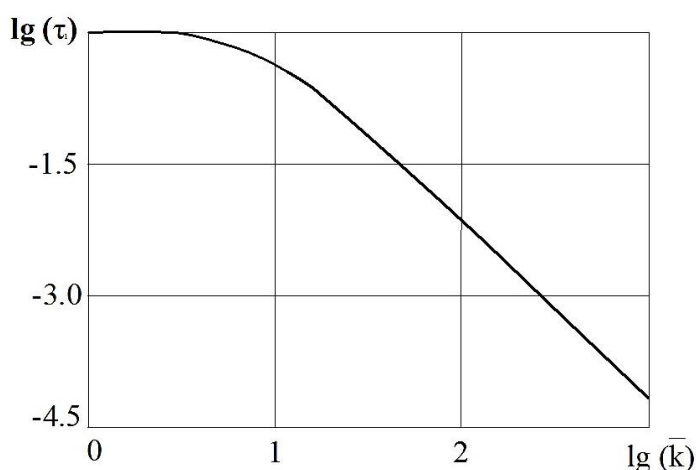
$$T = -\frac{pR}{(1 + \lambda k^{-2})} \quad (22)$$

мұндағы $R = \frac{1}{k}$, $\lambda=60$ шарты ҚБ үшін, $\lambda=10$ шарты ТБ үшін. Формуланың құрылымы (22) және λ мәндері (21) және (22) формулаларындағы λ параметрлерінің мәндері бірдей болуы тиіс деген қорытынды үшін негіз береді. ТБ жағдайындағы сандық эксперимент тәуелділіктің әділдігін растады (21).

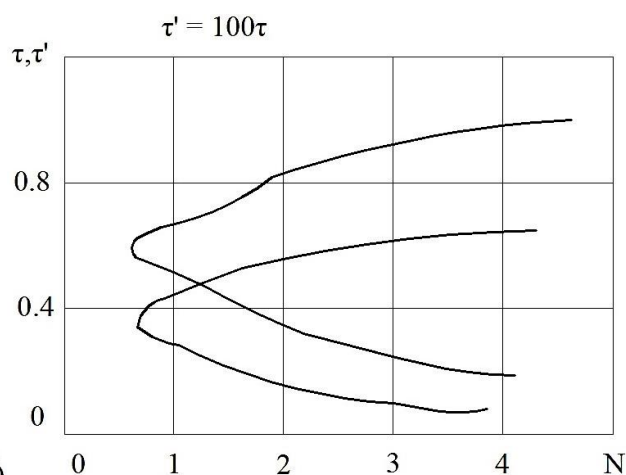
4 НӘТИЖЕЛЕР ЖӘНЕ ТАЛҚЫЛАУ

Қатаң байланыстың шекаралық шарттары үшін **2-суретте** $N(\tau_i)$ тәуелділіктері көрсетілген, мұндағы $N - \varepsilon = 10^{-5}$ дәлдікке жету үшін қажет жуықтаулар саны, $\bar{k} = 10$ және $\bar{k} = 100$ ($\tau_w = 1$) кезінде. τ_i параметрлерінің, τ_i^* мәнінен ауытқуымен жуықтаулар санының айтарлықтай өсетінін көруге болады; $\tau_i = \tau_i^*$ кезінде әдетте $N < 8$.

ҚБ шарттары үшін сандық тәжірибенің кейбір нәтижелері **1-кестеде** келтірілген, мұнда $N(\tau_i)$ мәндері $\tau_i = \tau_i^*$ және $\tau_i(\bar{k})$, арқылы алынған \bar{k} -нің әртүрлі мәндері үшін берілген мәндері (21) формулалардан табылған. Екі жағдайда да $\tau_w = 1$ алынады. \bar{k} өскен сайын τ_i^* және $\tau_i(\bar{k})$ айырмашылықтары азаятынын көруге болады.



1-сурет – Сандық эксперименттің нәтижелері (авторлық материал)



2-сурет – Шекаралық шарттары (авторлық материал)

1-кесте

Сандық тәжірибенің нәтижелері

\bar{k}	τ_i^*	$N(\tau_i^*)$	$\tau_i(\bar{k})$	$N(\tau_i)$
5	0,7	5	2,4	шығын
10	0,4	7	0,6	27
20	0,13	5	0,15	10
50	0,023	6	0,024	7

Сонымен қатар интегралды есептеу үшін қажетті $[0, l]$ интервалының m бөлімдерінің санының әсерін $J_u(\xi)$, $J_w(\xi)$, $J_\omega(\xi)$, $J_m(\xi)$ трапеция формуласы бойынша және есептің шешімінің дәлдігі бойынша зерттедік. Есептеу нәтижелері **2-кестеде** келтірілген.

2-кестеден көріп отырғанымыздай, бөлулердің бірдей санымен есептеудің қателігі k параметрінің өсуімен артады және контурдың қатаң аяқталуына қарағанда топсалы бекіту кезінде үлкен болады.

Тұрақты қалыңдықтағы иілгіш панельдерді есептеу. Есептердің бұл класын шешудің жеткілікті сенімді әдісі әртүрлі нысандары бар параметрді жалғастыру әдісі болып табылады

(Kunanbayeva, 2022). Бұл жұмыстың аясында біз бұл әдіске тоқталмаймыз, орнықтылықты жоғалтудың p^* жоғарғы критикалық жүктемелерінен аспайтын жүктемелерге арналған мәселелерді шешумен шектелеміз. Мұндай шешімдерді $\bar{u}^{(0)} = \bar{w}^{(0)} = 0$ бастапқы жуықтау ретінде алып, жоғарыдағы әдіспен алуға болады.

Үлкен ауытқулар үшін формулалар (21) τ_w^* , τ_i^* оңтайлы мәндерін анықтап қана қоймайды, сонымен қатар көбінесе жақындауды мүлде қамтамасыз етпейтін шешімге келтіреді, кейде тепе-теңдіктің тұрақсыз түріне сәйкес шешімге жақындау болады. Сандық эксперимент сызықты емес есептердегі жинақтылыққа, параметрді өзгерту арқылы қол жеткізілетінін көрсетеді. Бұл жағдайда $\tau_i = 1$ деп қарастыруға болады. t_m параметрін өзгерту қажеттілігі пластинадағы иілгіш элементтегідей, бір жүктеме кезінде панельге қарағанда айтарлықтай жоғары болатынымен түсіндіруге болады. Демек, $\tau_w = 1$ үшін тіпті бірінші жуықтау тепе-теңдіктің басқа формасына сәйкес шешімге қандай да бір мағынада «жақынырақ» болуы мүмкін; процесс осы шешімге жақындайды.

2-кесте

Сандық тәжірибенің нәтижелері

Нұсқа	m	$\bar{w}(l/2)$	\bar{T}
$\bar{k} = 20$	6	0.3712	-4.347
$\bar{p} = 100$	12	0.3709	4.348
ҚБ	Сызықты есеп	0.3709	4.348
$\bar{k} = 20$	6	0.3514	-4.987
$\bar{p} = 100$	12	0.3476	-4.905
ТБ	24	0.3470	-4.885
	Сызықты есеп	0.3468	-4.878
$\bar{k} = 200$	6	0.6495	-76.08
$\bar{p} = 152381$	12	0.6491	-76.08
ҚБ	24	0.6490	-76.08
	Сызықты есеп	0.6490	-76.08
$\bar{k} = 200$	24	0.419	-76.28
$\bar{p} = 152381$	48	0.511	-76.20
ТБ	96	0.534	-76.18
	Сызықты есеп	0.542	-76.17

3-кестеде сыртқы қысымдағы панельдерге арналған кейбір есептерді шешу нәтижелері көрсетілген. Мұндай есептердің аналитикалық шешімі (Amosov, 2009) берілген. Шешім $\varepsilon_0 = 10^{-4}$ үшін алынды.

ҚБ шекаралық шарты бар $\bar{k} = 6\frac{2}{3}$ нұсқасы үшін жоғарғы критикалық жүктеме $\bar{p}^* = 8,10$, ол $\bar{w}(l/2) = 0,48$, $\bar{T}^* = -1,60$ мәндеріне сәйкес келетінін ескереміз; нұсқасы үшін $\bar{k} = 20$ - $\bar{p}^* = 104$, $\bar{w}(l/2) = 0,988$, $\bar{T}^* = -6,80$; $\bar{k} = 10$ нұсқасы үшін $\bar{p}^* = 21,3$, $\bar{w}(l/2) = 0,606$, $\bar{T}^* = -3,18$. Есептеу практикасы критикалық мәнге жақын жүктемелер кезінде n жуықтау саны көп болатынын көрсетеді, параметрлер τ_w^* , τ_i^* таңдау қиынға соғады; τ_w^* , τ_i^* әртүрлі мәндері әртүрлі шешімдерге әкелуі мүмкін (**3-кестені** қараңыз).

Интенсивтілігі p біркелкі таралған қысымның әсерінен болатын тұрақты қалыңдығы $h \neq h_0$ ($B_1 \neq 0$, $D_1 \neq 0$) ұзын, топсалы, көлбеу цилиндрлік панель үшін есептеулер жүргізілді.

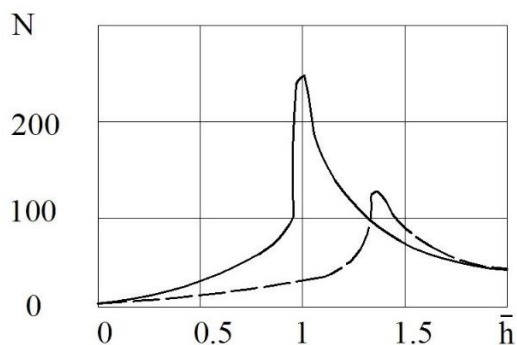
3-кесте

Сандық тәжірибенің нәтижелері

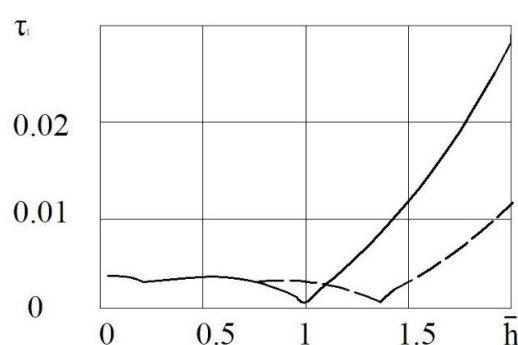
Нұсқа	Шешілуі	τ_w, τ_i	N	$\bar{w}(l/2)$	\bar{T}
$\bar{k} = 6\frac{2}{3}$ $\bar{p} = 47.91$ ҚБ	Сызықты есеп	-		0.7827	-3.058
	Сызықты емес есеп	-		1.401	-0.2000
	Нақты жұмысы	0.7, 1.0	13	1.401	-0.1997
$\bar{k} = 6\frac{2}{3}$ $\bar{p} = 7.591$ ТБ	Сызықты есеп	-		0.1982	-0.930
	Сызықты емес есеп	-		0.3511	-1.300
	Нақты жұмысы	0.2, 1.0	65	0.3421	-1.302
$\bar{k} = 20$ $\bar{p} = 89.86$ ҚБ	Сызықты есеп	-		0.3333	-3.907
	Сызықты емес есеп	-		0.5221	-4.800
	Нақты жұмысы	0.12, 1.0	86	0.5233	-4.804
	Нақты жұмысы	1.0, 0.15	88	3.907	-2.654
$\bar{k} = 10$ $\bar{p} = 19.17$ ТБ	Сызықты есеп	-		0.2478	-1.742
	Сызықты емес есеп	-		0.4091	-2.381
	Нақты жұмысы	0.1, 1.0	78	0.4103	-2.385
	Нақты жұмысы	1.0, 0.1	8	2.586	0.0962

$h = h_0$ үшін панель параметрлері $\nu = 0,3, \bar{k} = 20, \bar{p} = 100$. Есептеулер мақсаты h тұрақты қалыңдығы бар процестің (4) жинақтылығына h_0 параметрінің әсерін зерттеу болып табылады. Нәтижелер **3,4-суреттерде** келтірілген, мұндағы тұтас сызықтар $\tau_i^*(\bar{h})$ және $n(\bar{h})$, $n - \tau_i = \tau_i^*$ кезіндегі процесс (4) итерацияларының саны тәуелділіктерін көрсетеді. τ_i^* максималды мәні мен ең аз n мәніне $\bar{h} = 1 (B_1 = 0)$ кезінде қол жеткізілетінін көруге болады, ал τ_i^* (21) формуласы бойынша алынған мәнге тең. \bar{h} өскен сайын τ_i^* параметрі азаяды, ал n саны шексіз өседі; азайған сайын τ_i^* параметрі де азаяды, бірақ n қайталану саны шектеулі болып қалады.

Есептеулер $\nu = 0,3, \bar{k} = 20, \bar{p} = 100, \varepsilon = 10^{-5}$ параметрлерінің мәндерінде топсалы жиктері бар айнымалы қалыңдықтағы көлбеу цилиндрлік панель үшін жасалды. Қалыңдықтың өзгеру заңы екі буыны бар бөліктік сызықтық функциямен берілген: $\bar{h}(0) = 1,5, \bar{h}(l/2) = 0,5, \bar{h}(l) = 1,5$. Қалыңдықтың мұндай өзгеру заңымен доға бойындағы орташа айнымалы қалыңдық $\bar{h} = 1$. Есептеулер нәтижелері **4-кестеде** және **3,4-суреттерде** үзік сызықтармен көрсетілген.



3-сурет – Бойлық күш нәтижелері



4-сурет – Жанама кернеу нәтижелері

4-кесте

Есептеулер нәтижелері

Есептеу әдісі	$\bar{w}(l/2)$	\bar{T}	$\bar{M}(l/2)$	$\bar{\omega}(0)$
ШЭӘ	0,4285	-4,950	-0,1245	1,070
Ортогональды есеп	0,4276	-4,950	-0,1246	1,068
ШЭӘ	0,3469	-4,878	-0,3051	1,110
Аналитикалық есептеу	0,3468	-4,878	-0,3049	1,110

5 ҚОРЫТЫНДЫ

1. Кестенің бірінші жолында жоғарыда сипатталған әдіс бойынша алынған нәтижелер, екінші жолында алгоритм бойынша ортогональды есептеу әдісімен сол есепті шешудің нәтижелері келтірілген (**Tokmuratov, 2020**). Үшінші қатарда салыстыру үшін ШЭӘ көмегімен алынған тұрақты қалыңдығы $\bar{h} = 1$ панеліне арналған нәтиже берілген, соңғы қатарда $\bar{h} = 1$ үшін аналитикалық есептеудің нәтижелері келтірілген.

2. **3,4-суреттерде** 2-ші тармақта сипатталғанға ұқсас қалыңдығы өзгермелі панель үшін сандық тәжірибе; (4) процестің жинақтылығына h_0 мәнін таңдаудың әсері зерттелді.

3. Абсцисса осі s доғасы бойымен \bar{h} функциясының орташа мәнін көрсетеді. Суреттен бұл жағдайда мәнің де болатынын көруге болады ($h_{op}/h_0 \approx 1,35$, h_{op} - панельдің орташа қалыңдығы s доғасы бойынша), бұл кезде ең жоғары жылдамдық дәйекті жуықтау процесінің ықтимал жинақталуы ($n = 8$, $\tau_i^* = 0,012$). $h_{op}/h_0 < 0,5$ кезінде $\tau_i^*(h_{op}/h_0)$ тәуелділігі тура пропорционалды тәуелділікке жақын екенін атап өткен жөн. Бұл факт тұрақты қалыңдықтағы панель үшін де орын алады.

4. Асимметриялық жүктемелердің әсеріне доғал қабықтарды есептеу кезінде ұсынылған есептеу әдісінің артықшылықтарын көрсетілді.

5. Жүктеме деңгейіне байланысты қатаң параметрлердің өзгеруін ескеруге мүмкіндік беретін жарықтың пайда болуын ескере отырып, жүктеменің қысқа мерзімді әрекеті үшін топсалы мен қатаң тірелген доғал темірбетон қабықтарын есептеу үшін, аралас формадағы шекаралық элементтер теңдеулер жүйесі құрылды.

ӘДЕБИЕТТЕР:

1. **Zhangabay, N., Suleimenov, U., Utelbayeva, A., Baganova, S., Tolganbayev, A., Duissembekov, B., Galymzhan, K., Dossybekov, S., Baibolov, K., Fediuk, R., Amran, M., & Kolesnikov, A.** (2023). Experimental research of the stress-strain state of prestressed cylindrical shells taking into account temperature effects. *Case Studies in Construction Materials*, 18, <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e01776>
2. **Tursunkululy, T., Zhangabay, N., Avramov, K., Chernobryvko, M., Suleimenov, U., Utelbayeva, A., B. Duissenbekov, Aikozov, Y., Dautbek, B., & Abdimanat, Z.** (2022). Strength analysis of prestressed vertical cylindrical steel oil tanks under operational and dynamic loads. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2 (116), 14–21. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.254218>
3. **Beglov, A.D., & Sanzharovskij, R.S.** (2011). European standards and nonlinear theory of reinforced concrete [Evrostandarty i nelinejnaya teoriya zhelezobetona]. SPb.: SPbSUACE (In Russ.).
4. **Maksimyuk, V.A., Storozhuk, E.A., & Chernyshenko, I.S.** (2013). Nonlinear Deformation of Thin Isotropic and Orthotropic Shells of Revolution with Reinforced Holes and Rigid Inclusions. *International Applied Mechanics* 49, 685–692. <https://doi.org/10.1007/s10778-013-0602-x>
5. **Mityakina N.A.** (2014) Experimental and theoretical studies of composite coatings from shell panels [Eksperimentalno-teoreticheskie issledovaniya sostavnykh pokrytii iz panelei-obolochek]. – Belgorod: BGTU (in Russ.).
6. **Ledenev V.V., & Khudyakov A.V.** (2016) Shell structures in construction. Theory, design, constructions, calculation examples [Obolochecnyye konstruktsii v stroitelstve. Teoriya, proektirovanie, konstruktsii, primery rascheta]. – Tambov: FGBOU VO «TGTU» (in Russ.).
7. **Lindgaard E., & Lund E.** A unified approach to nonlinear buckling optimization of composite structures // *Computers & Structures*. 2011. Vol. 89, issues 3–4. Pp. 357–370. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2010.11.008>

8. **Buksha, V.V., Mashkin, O.V., & Rogalevich, V.V.** (2007). Calculation of plates and flat shells using collocation methods [Расчет пластин и пологих оболочек оллокационны`ми методами] Ekaterinburg: AMB (In Russ.).
9. **Agapov V.P., Kovrigin I.I., Malakhova A.N., & Savostyanov V.N.** (2013) Physically nonlinear processes in building structures [Fizicheski nelineinye protsessy v stroitelnykh konstruktsiyakh]. – M.:MGSU (in Russ.).
10. **Duisenbekov, B., Tokmuratov, A., Zhangabay, N., Orazbayev, Zh., Yerimbetov, B., & Aldiyarov, Zh.** (2020). Finite-difference equations of quasistatic motion of the shallow concrete shells in nonlinear setting. Curved and Layered Structures, 7, 48-55. <https://doi.org/10.1515/cls-2020-0005>
11. **Krivoshein, I.V.** (2014). Iterative methods for calculating nonlinearly deformable flat shells and plates [Iteratsionny`e metody` rascheta nelinejno deformiruemy`kh pologikh оболочек i plastinok] Saratov: Sarat. state tech. university (In Russ.).
12. **Korenev, B.G.** (1980). Problems of the theory of thermal conductivity and thermoelasticity [Zadachi teorii teploprovodnosti i termouprugosti] Moscow: Science (In Russ.).
13. **Kunanbayeva, Y., Yerimbetov, B., Chalabayev, B., Aubakirova, F., & Duisenbekov, B.** (2022) Application of Mixed Load-Bearing Structures in Earthquake Engineering. Geotechnical and Geological Engineering, 40(11), 5527-5537. <https://doi.org/10.1007/s10706-022-02230-6>
14. **Amosov A.A.** (2009) Technical theory of thin elastic shells [Tekhnicheskaya teoriya tonkikh uprugikh оболочек]. – M.:ASV (in Russ.).
15. **Tokmuratov A.M., Duisenbekov B.K., Varenik A.S., Varenik K.A.** (2020). Dependencies of nonlinear hereditary creep theory for concrete and creep type equations of hardening under plane stress. [PDF file]. Retrieved from: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/939/1/012079/meta>